[redacted] सामान्य कार्बनिक रसायन

* IUPAC SYSTEM OF NOMENCLATURE :-

⇒ कार्बनिक यौगिकों का नाम उनकी संरचनात्मक विशेषताओं पर आधारित होता है।

⇒ इनकी संरचनात्मक विशेषताओं को 5 खण्डों में विभाजित किया गया है। जिनकी पहचान करके एक निश्चित क्रम में जोड़कर IUPAC नाम प्राप्त किये जाते हैं।

⇒ Secondary Prefix (SP) (द्वितीयक पूर्वलग्न) + Primary Prefix (प्राथमिक पूर्वलग्न) + word root (WR) + Primary suffix (PS) (प्राथमिक अनुलग्न) + Secondary suffix (SS) (द्वितीयक अनुलग्न)

(3) Word Root :- कार्बनिक यौगिकों की मुख्य श्रृंखला (कार्बन परमाणुओं की सबसे बड़ी सतत श्रृंखला) में उपस्थित कार्बन परमाणुओं की संख्या को व्यक्त करते हैं।

C	Meth	C_{10}	Dec
C_2	Eth	C_{11}	Undic
C_3	Prop	C_{12}	Dodic
C_4	But		
C_5	Pent		
C_6	Hex		
C_7	Hept		
C_8	Oct		
C_9	Non		

4) Primary suffix :-

⇒ यदि कार्बनिक यौगिक में केवल एक कार्बन / एक से अधिक कार्बन होने पर उनके बीच केवल एकल बन्ध = ane

⇒ एक या अधिक double bond = ene

⇒ एक या अधिक triple bond = yne

Ex:- CH_4 Meth + ane = Methane

CH_3-CH_3 Eth + ane = Ethane

$CH_2=CH_2$ Eth + ene = Ethene

$CH\equiv CH$ Eth + yne = Ethyne

5) Secondary suffix :-

⇒ किसी hydrocarbon में उपस्थित वह परमाणु अथवा परमाणु समूह जो उसके गुणों को निर्धारित करता है। क्रियात्मक समूह कहते हैं।

⇒ S.S क्रियात्मक समूह की प्रकृति को व्यक्त करता है।

$-COOH$ ⇒ oic acid

$-CHO$ ⇒ al

$-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-$ ⇒ one

$-NH_2$ ⇒ amine

$-CONH_2$ ⇒ amide

$-CN$ ⇒ Nitrile

$-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OR$ ⇒ oate

$-OH$ ⇒ al

$H-COOH$ ⇒ meth + ane + oic acid ⇒ methanoic acid

CH_3-COOH ⇒ Eth + ane + oic acid ⇒ Ethanoic acid

$H-CHO$ ⇒ meth + ane + al ⇒ Methanal

CH_3-CHO ⇒ Eth + ane + al ⇒ Ethanal

$CH_3-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-CH_3$ ⇒ prop + ane + one ⇒ propanone

$CH_3-CH_2-NH_2$ ⇒ Eth + ane + amine ⇒ Ethanamine

CH_3-CONH_2 ⇒ Eth + ane + amide ⇒ Ethanamide

$H-C\equiv N$ ⇒ meth + ane + nitrile ⇒ methanitrile

$CH_3-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-CH_3$ ⇒ methyl + eth + ane + oate ⇒ methyl ethanoate

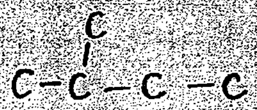
CH_3-CH_2-OH ⇒ Eth + ane + ol ⇒ Ethanol

(1) <u>Secondary Prefix :- (द्वितीयक पूर्वलग्न) :-</u>

द्वितीयक पूर्वलग्न द्वारा प्रतिस्थापियों को व्यक्त किया जाता है।

$-CH_3$	methyl
$-CH_2CH_3$	Ethyle
$-CH_2-CH_2-CH_3$	n- propyl (old)
$-CH_3<^{CH_3}_{CH_3}$	iso propyl (old), 1- methyl ethyl

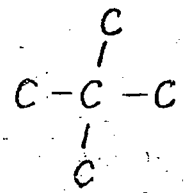
⇒ किसी भी किनारे से दूसरे carbon पर केवल एक carbon की शाखा है तो इसे iso कहते है।

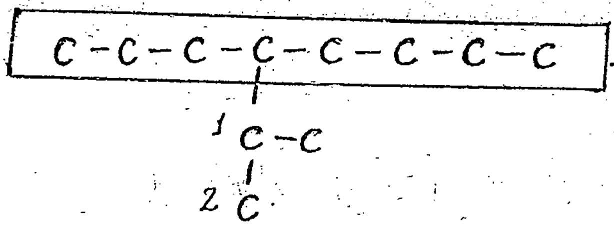
Ex.  Iso pentene

⇒ यदि carbon शृंखला में कोई शाखा न हो तो इसे normal (n) कहते है।

Ex. C-C-C-C-C Normal (n) butane

⇒ किसी भी किनारे से दूसरे कार्बन पर एक-एक कार्बन की दो शाखा हो तो इसे (neo) कहते है।

 Neo pentane

 - Principal chain

⇒ $-OCH_3$ methoxy

⇒ $-OCH_2CH_3$ Ethoxy

⇒ $-NO_3$ Nitrato

⇒ $-NO_2$ Nitro

⇒ $-ONO$ Nitrito

⇒ $-F$ Fluoro

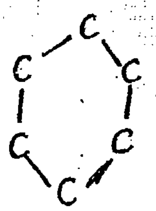
⇒ $-Cl$ chloro

⇒ $-Br$ Bromo

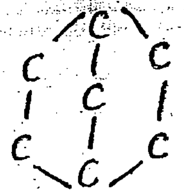
⇒ $-I$ Iodo

(2) Primary Prefix (P.P.) (प्राथमिक पूर्वलग्न):-

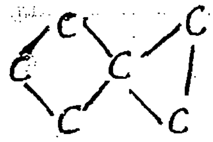
यह principal chain के चक्रीय प्रकृति को व्यक्त करता है।



cyclo



Bicyclo



spiro

28 Dec'16

* संतृप्त Hydrocarbon का नामकरण :-

(1) Acyclic saturated hydrocarbon :-

Primary suffix = ane

⇒ Principal chain वह होती है जिसमें carbon परमाणुओं की संख्या सबसे अधिक होती है।

⇒ यदि समान कार्बन परमाणुओं वाली दो श्रृंखलाये सम्भव हो, जिससे अधिक शाखायें जुड़ी होती है, वह मुख्य श्रृंखला होती

⇒ प्रतिस्थापियों की स्थिति को व्यक्त करने के लिये मुख्य श्रृंखला का अंकन किया जाता है। अंकन सदैव उस किनारे से करते हैं जिधर से प्रतिस्थापी नजदीक होता है।

⇒ यदि एक से अधिक प्रतिस्थापी उपस्थित है तो सभी प्रतिस्थापियों को मिलने वाली location number का योग छोटा होना चाहिए।

⇒ यदि दोनो किनारों से अंकन करने पर प्रतिस्थापियों को मिलने वाली location no. एक समान है तो numbering प्रतिस्थापियों के नाम के वर्णमाला के क्रम में करते हैं।

⇒ एक से अधिक प्रकार के प्रतिस्थापी उपस्थित होने पर उनका नाम सदैव वर्णमाला के क्रम में लिखा जाता है।

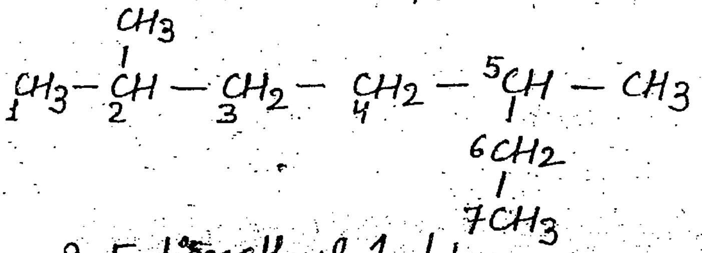
⇒ प्रतिस्थापियों की स्थिति को व्यक्त करने के लिये उनके नाम के पूर्व location no. लिखी जाती है।

⇒ यदि किसी प्रतिस्थापी की सं० एक से अधिक हैं तो उसके location no. को एक से अधिक बार लिखा जाता हैं।

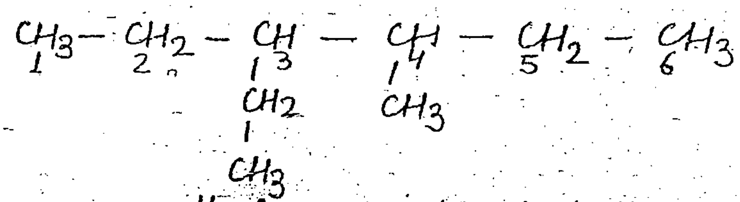
Ex. (a) $CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_3$

$$\underbrace{SP}_{XX} + \underbrace{PP}_{XX} + \underbrace{WR}_{Hex} + \underbrace{PS}_{ane} + \underbrace{SS}_{XX}$$

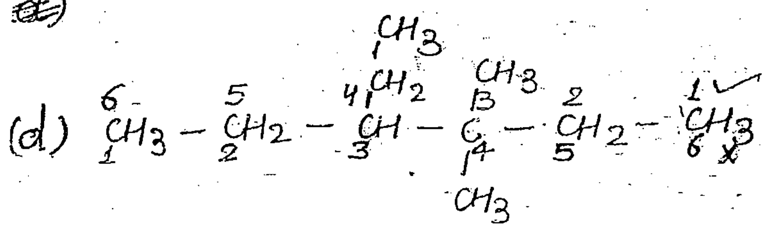
= Hexane

(b) 

2,5 dimethyl heptane

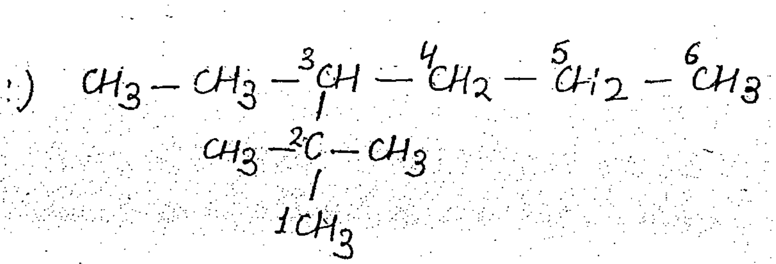
(c) 

3-ethyl, 4-methyl hexane

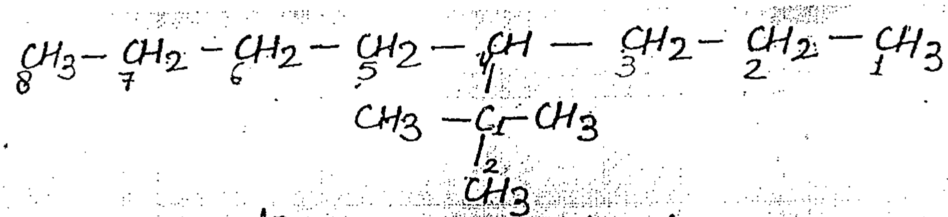
(d) 

[3+3+4 = 10] Lowest sum
[3+4+4 = 11]

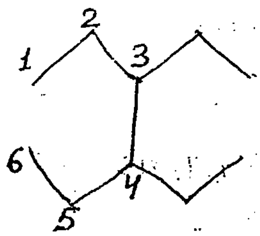
4-ethyl, 3-3 dimethyl hexane

(e) 

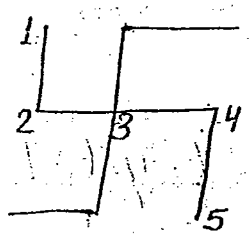
3-ethyl, 2-2 dimethyl hexane

(f) 

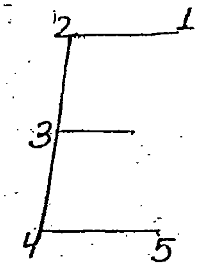
4-(1,1 di methyl ethyl) octane

(g) 

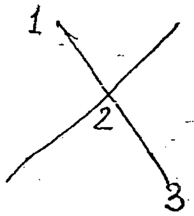
3,4 di ethyl hexane



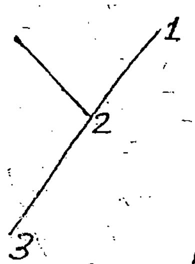
3,3 di ethyl pentane



3-methyl pentane



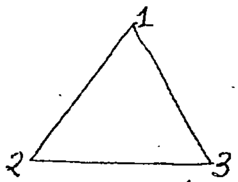
2,2 di methyl propene



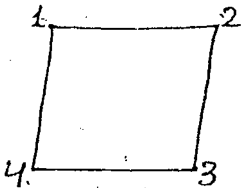
2-methyl propene

[2] Name of Cyclic Hydrocarbon :-

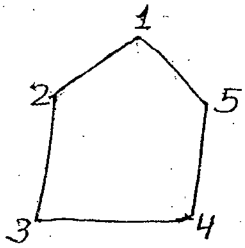
⇒ (i) cyclo system :-



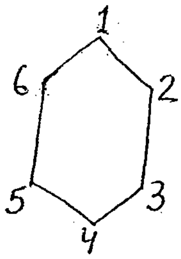
cyclo propane



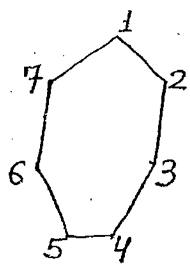
cyclo butane



cyclo pentane

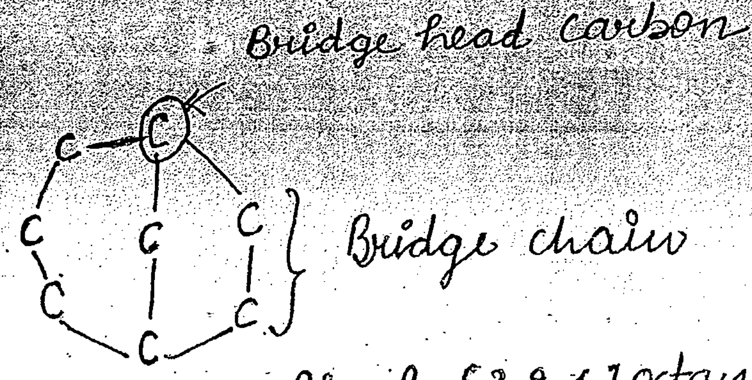


cyclo hexane

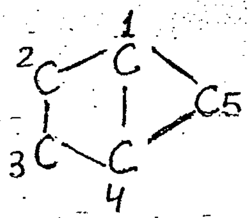


cyclo heptane

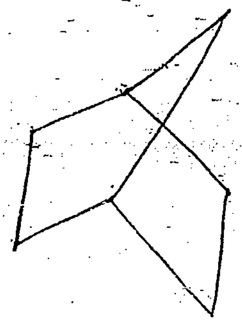
ii) Bicyclo System :-



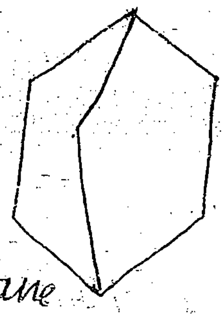
Bicyclo [3,2,1] octane



Bicyclo [2,1,0] Pentane

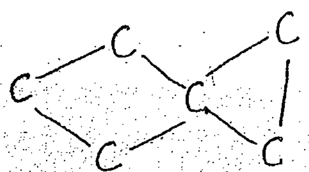


या



Bicyclo [2,2] Heptane

iii) Spirosystem :-



spiro [2,3] hexane

spiro [3,5] Nonane

* Co-ordination compound :- (संकर यौगिक) :-

⇒ यौगात्मक यौगिक (Addition comp.) :-

जब दो या दो से अधिक salt के विलयन को सरल आणविक अनुपात में मिलाकर वाष्पन किया जाता है तो क्रिस्टलीय ठोस के रूप में नये यौगिक प्राप्त होते हैं, जिन्हे आणविक यौगिक या यौगात्मक यौगिक कहते हैं।

⇒ $K_2SO_4(aq.) + Al_2(SO_4)_3(aq.) \xrightarrow{\text{वाष्पन}} K_2SO_4 \cdot Al_2(SO_4)_3 \cdot 24H_2O$

फिटकरी

⇒ $FeSO_4(aq.) + (NH_4)_2SO_4(aq.) \longrightarrow FeSO_4(NH_4)_2SO_4 \cdot 6H_2O$

मोहर साल्ट

⇒ $KCl(aq.) + MgCl_2(aq.) \longrightarrow KCl\,MgCl_2 \cdot 6H_2O$

कार्नेलाइट

⇒ $4KCN(aq.) + Fe(CN)_2(aq.) \longrightarrow K_4[Fe(CN)_6]$

पोटेशियम फेरो सायनाइड

* Addition compound :-

Two type

1. Double salt या Lattice comp.
2. Complex salt या co-ordination comp.

(A) Double salt (Lattice comp.) :- ऐसे योगात्मक यौगिक जो जल में घोलने ~~पर घटक आयनों~~ में टूट जाते हैं तथा विलयन घटक आयनों के गुण को ही प्रदर्शित करता है, इन्हे double salt या द्विक लवण कहते है।

द्विक लवण का अस्तित्व केवल ठोस अवस्था में होता है। विलयन में द्विक लवण का गुण समाप्त हो जाता है तथा विलयन घटक आयनों का गुण प्रदर्शित करता है।

$$K_2SO_4 \cdot Al_2(SO_4)_3 \cdot 24H_2O \xrightarrow{\text{जल}} 2K^+ + 4SO_4^{2-} + 2Al^{3+}$$

$[K_2SO_4 + Al_2(SO_4)_3]$

सभी फिटकरी द्विक लवण है।

(B) Complex salt :- co-ordination comp. :- संकर लवण

ऐसे योगात्मक यौगिक जो जल में घोलने पर घटक आयनों में नही टूटते तथा जिनके विलयन का गुण घटक आयनों भिन्न होता है, उन्हे संकर लवण कहते हैं।

$$K_4[Fe(CN)_6] \xrightarrow[\text{घोला जाये}]{\text{जल में}} \{4K^+ + [Fe(CN)_6]^{4-}\}$$

Pott. Ferro cyanide

फैरस ion तथा cyanide ion का परीक्षण नही देता।

$$[4KCN + Fe(CN)_2] \longrightarrow \{4K^+ + 6CN^- + Fe^{2+}\}$$

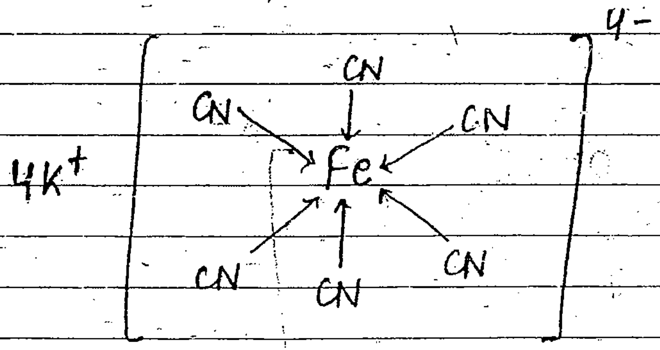
फैरस ion तथा cyanide ion का परीक्षण देता है।

⇒ **Ligands :-** co-ordination sphere के अन्दर केन्द्रीय धातु ion से उपसहसंयोजक बन्ध जुड़े अन्य परमाणुओं, आयनों अथवा अणुओं को Ligand कहते हैं।

⇒ **co-ordination no.** (समन्वय संख्या) :-

central metal ion तथा Ligand के बीच बनने वाले उपसहसंयोजक बन्ध की संख्या को central metal की समन्वय संख्या कहते हैं।

(i) $K_4[Fe(CN)_6]$



Fe^{2+} की समन्वय संख्या = 6

(ii) $K[Ag(CN)_2]$

$K^+[CN \longrightarrow Ag \longleftarrow CN]^-$

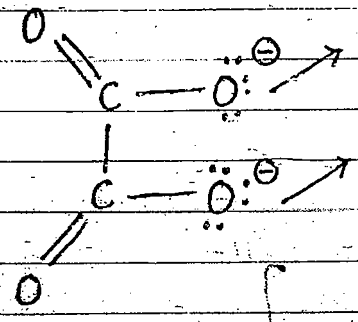
Ag^+ की समन्वय संख्या = 2

(iii) $K_2[Ni(CN)_4]$

समन्वय सं० = 4

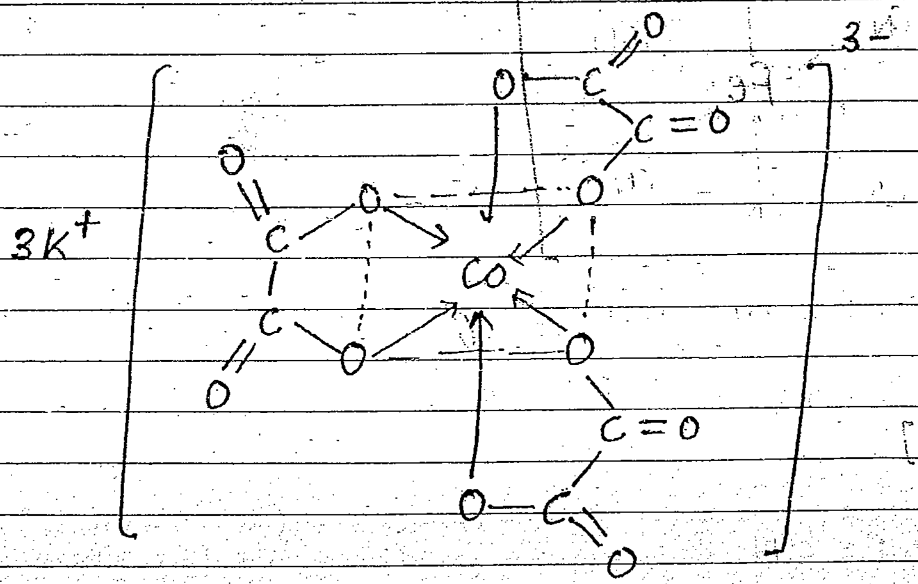
(iv) $K_3[Co(OX)_3]$

ox = oxalate ion



oxalate ion

$\boxed{\text{(Bidentate ligand)}}$



Co की समन्वय सं० = 6

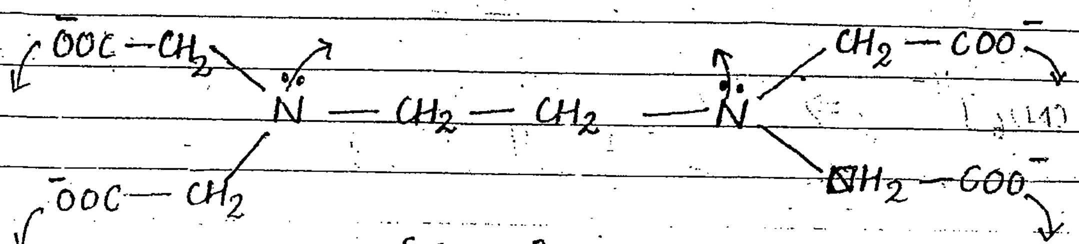
Q.:- EDTA में उपसहसंयोजक सं० ⇒ Denticity (उपसहसंयोजक बंध

Ans:- 6 (Hexa dentate)

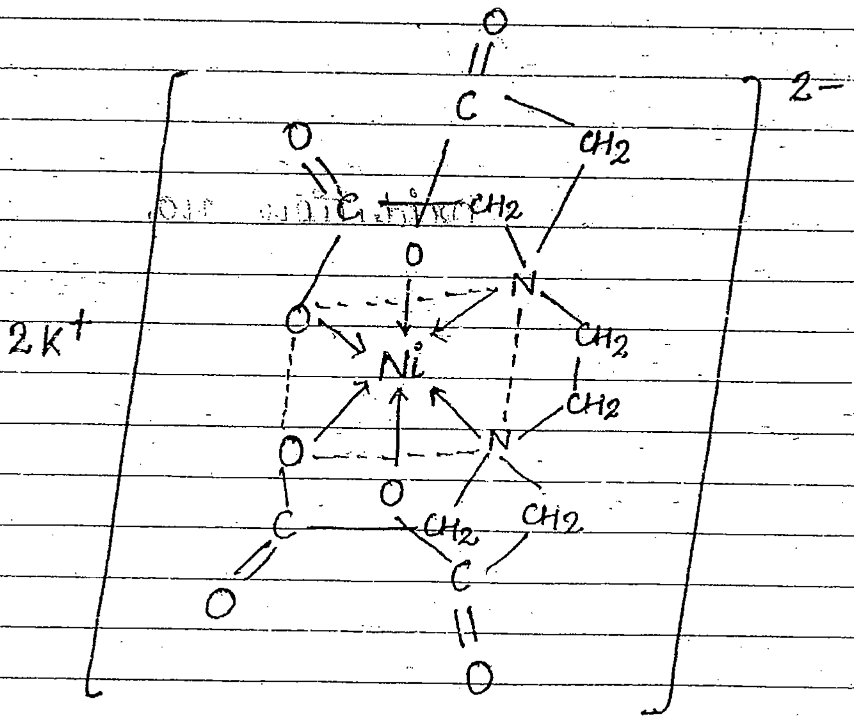
TGT 2013

(V) $K_2[Ni(EDTA)]$

EDTA
Ethylene diamine tetra acetate
Hexa dentate (6 bond)



[EDTA]



*** Oxidation No. :-** उपसह संयोजक यौगिक में केन्द्रीय धातु परमाणु पर जो आवेश होता है, उसे उसकी ऑक्सीकरण सं० कहते हैं।

⇒ $K_4[Fe(CN)_6]$ ⇒ सभी आयनों की ऑक्सीकरण सं० का योग शून्य होता है।

⇒ $[Fe(CN)_6]^{4-}$ ⇒ सभी आयनों की oxi. no. का योग −4 होगा।

Imp.

"किसी Ligand की ऑक्सीकरण सं० उस पर उपस्थित आवेश के बराबर होती है।"

Ligand	Oxidation no.
(CN^-)	−1
(OH^-)	−1
(NH_2^-)	−1
(NH^{2-})	−2
(CO_3^{2-})	−2
(S^{2-})	−2
oxalate	−2
ethylenediamine	0

$H_2N-CH_2CH_2-NH_2$ ethylenediamine	
CO	0
H_2O	0
NH_3	0
Cl^-	-1
NO	0
NO^+	$+1$
H_2N-NH_2	0
$H_2N-NH_3^+$	$+1$

TGT
Que:- $K_4[\overset{+2}{Fe}(CN)_6]$ में Fe की oxidation no. = ?

$K = +1$
$Fe = x$
$CN^- = -1$

$4 + x - 6 = 0$
$x = +2$

Que:- $[\overset{+2}{Ni}(CO)_4][\overset{+2}{Ni}(CN)_4]$ में Ni की oxidation no. = ?

cation anion

$[Ni(CO)_4]^{2+}[Ni(CN)_4]^{2-}$

$\Rightarrow x + 0 + (-4) = 0$
$x = +4 \begin{bmatrix} +2 \\ +2 \end{bmatrix}$

* Structure of Atom (परमाणु संरचना) :-

डाल्टन का परमाणु सिद्धान्त :-

डाल्टन का परमाणु सिद्धान्त द्रव्यमान संरक्षण के नियम तथा निश्चित अनुपात के नियम पर आधारित है।

⇒ लेवाशिए — विज्ञान का जनक
रासायनिक तुला का निर्माण
प्रायोगिक रसायन का जनक

⇒ स्थिर अनुपात का नियम — प्राउण्ट Proust

परमाणु सिद्धान्त के निष्कर्ष स्वरूप डाल्टन ने गुणित अनुपात के नियम का प्रतिपादन किया।

⇒ डाल्टन के परमाणु सिद्धान्त के अनुसार —

(1) द्रव्य अतिसूक्ष्म कणों से मिलकर बना होता है, जिसे परमाणु कहते हैं।

(2) परमाणु द्रव्य का अतिसूक्ष्म, अविभाज्य, कभी न नष्ट होने वाला तथा संरचना विहिन कण है।

(3)

प्रोटियम → सामान्य H या हल्का H

ड्यूटीरियम → $_1H^2$ / $_1D^2$ → भारी H

ट्राइटियम → $_1H^3$ / $_1T^3$ → रेडियोधर्मी, β-उत्सर्जक

$_1H^3 \longrightarrow {}_2He^3 + \beta$ (TGT 2011)

(4) किसी एक तत्व के समस्त परमाणु सभी गुणों में एकसमान होते हैं।

5) अलग-अलग तत्वों के परमाणुओं में भिन्नता होती है।
दो या दो से अधिक परमाणु निश्चित अनुपात में संयोग करके संयुक्त परमाणु (अणु) का निर्माण करते हैं।

$$2H_2 + O_2 \longrightarrow 2H_2O$$

ज्वलनशील गैस — जलने में सहायक गैस — तरल, न जलता है, न ही जलने में सहायक

H_2 ज्वलनशील गैस

O_2 जलने में सहायक

6) संयुक्त परमाणु (अणु) के गुण घटक परमाणुओं के गुणों से भिन्न होते हैं किन्तु परमाणु के मूलभूत गुणों में कोई परिवर्तन नहीं होता।

<u>कमियाँ</u> :- 1) J.J. Thomson के diffusion tube experiment से यह स्पष्ट होता है कि परमाणु से भी छोटे कण (इलेक्ट्रॉन, प्रोटॉन, न्यूट्रॉन) होते हैं।

2) हैनरी बेकुरल द्वारा प्राकृतिक रेडियोधर्मिता की खोज से पता चला कि परमाणु का विभाजन सम्भव है।

3) आइन्सटाइन के सापेक्षिता सिद्धान्त के अनुसार - द्रव्य का ऊर्जा में परिवर्तन सम्भव है।

4) परमाणु की सुसंगठित संरचना होती है।

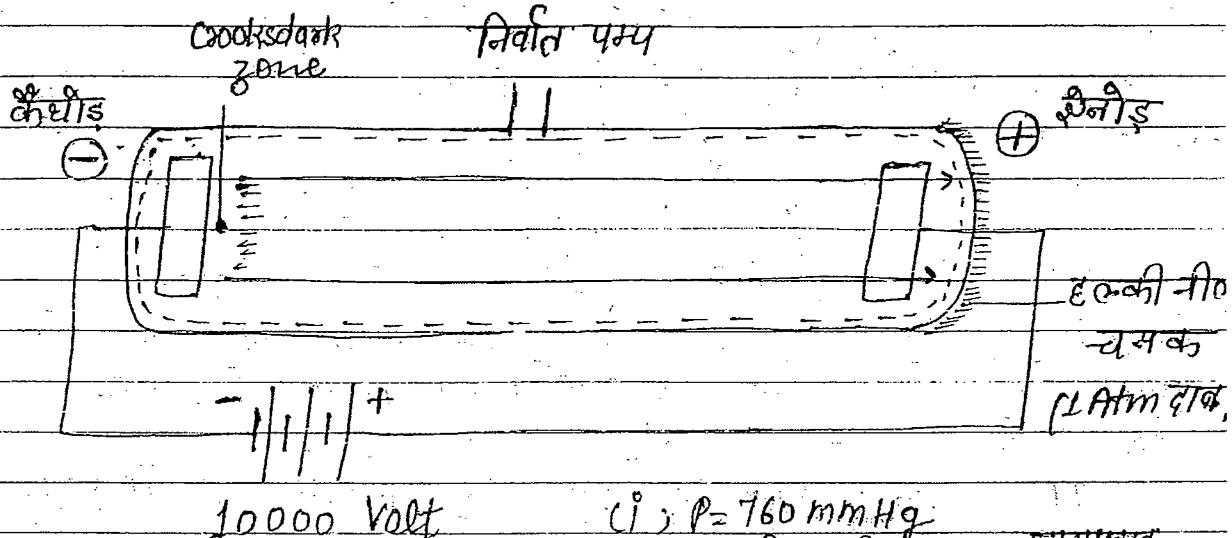
5) समस्थानिकों की खोज के बाद पता चला कि किसी एक तत्व के सभी परमाणु समस्त गुणों में एकसमान नहीं होते हैं।

परमाणु → इलेक्ट्रॉन — नाभिक के बाहर

परमाणु → प्रोटॉन, न्यूट्रॉन } स्थायी, नाभिक के अन्दर

* कैथोड़ किरणे :- इलेक्ट्रॉन की खोज →

जूलियस प्लकर तथा विलियम क्रुक्स के निम्न दाब पर वायुमण्डलीय गैसों से विद्युत के संचरण सम्बन्धी प्रयोग को दोहराते हुए J. J. Thomson ने यह देखा कि-



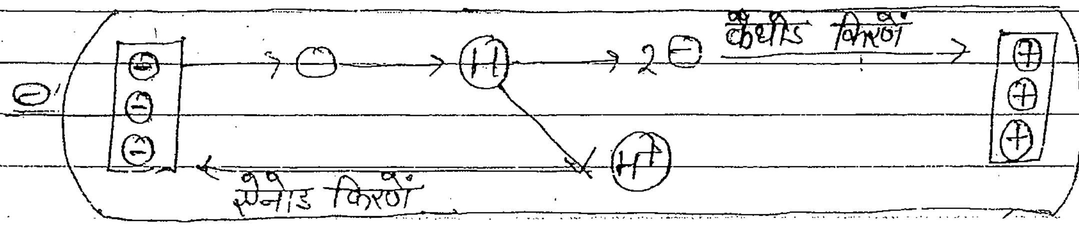
(i) $P = 760\ mmHg$

(ii) $P = 10^{-2}$ से $10^{-3}\ mmHg$ → धाराप्रवाह

(iii) $P = 10^{-3}$ से $10^{-4}\ mmHg$ → धाराप्रवाह, किन्तु प्रकाश उत्पन्न नहीं हो रहा।

कुछ अदृश्य किरणें कैथोड से ऐनोड़ की तरफ चलती है तथा विसर्जन नलिका की दीवार पर ऐनोड़ के पीछे हल्की नीली चमक उत्पन्न करती है। इन अदृश्य किरणों को कैथोड किरणें कहा गया क्योंकि कैथोड से ऐनोड की तरफ चलती है।

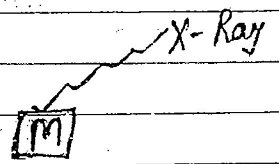
* कैथोड़ किरणों की उत्पत्ति :-



कैथोड किरणों की उत्पत्ति कैथोड की सतह से तथा धन किरणों की उत्पत्ति कैथोड विसर्जन नलिका में भरी गैसों (अवशेषी गैसों) के आयनन से उत्पन्न होती है।

⇒ कैथोड किरणों के गुण :- Imp.

1) कैथोड किरणों के गुणों का अध्ययन J. J. Thomson ने किया था।
2) कैथोड किरणें प्रकाश के वेग के दसवें हिस्से से सीधी रेखा में चलती हैं।
3) कैथोड किरणों के पास संवेग तथा गतिज ऊर्जा होती है।
4) वैद्युत तथा चुम्बकीय क्षेत्र में कैथोड किरणें अपने पथ से विक्षेपित हो जाती हैं।
वैद्युत क्षेत्र में इनका विक्षेपण धनावेशित प्लेट की तरफ होगा। अतः ये किरणें ऋणावेशित कणों से मिलकर बनी होती हैं।
5) ये किरणें जब भारी धातुओं पर गिरती हैं तो X-किरणें उत्पन्न करती हैं।
6) जिस माध्यम में चलती हैं उसके कणों को आयनित कर देती हैं तथा रासायनिक अभिक्रियाओं पर इनका अपचायक प्रभाव होगा।



7) ये फोटोफिल्म को काला कर देती हैं।
8) इनकी भेदन क्षमता उच्च होती है। धातु की पतली पन्नी को भेद सकती हैं।

⇒ कैथोड किरणों की प्रकृति :-

1) कैथोड किरणों की प्रकृति पर किसी भी कारक का कोई प्रभाव नहीं पड़ता।
2) कैथोड किरणें अतिसूक्ष्म ऋणावेशित कणों से मिलकर बनी होती हैं जिन्हें J. J. Thomson ने Negatron कहा किन्तु इनके विद्युत चुम्बकीय गुणों के आधार पर Stoney ने इलेक्ट्रॉन नाम का प्रस्ताव दिया तथा लॉरेन्ज ने इनका नाम इलेक्ट्रॉन रखा।

③ इले० का विशिष्ट आवेश या प्रतिग्राम आवेश या e/m J.J. Thomson द्वारा निर्धारित किया गया।

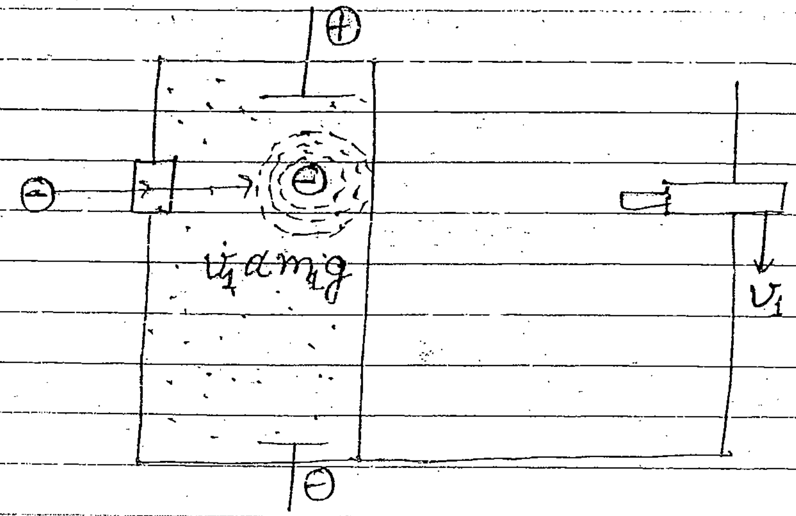
$$\frac{mv^2}{r} = evB$$

$$\frac{e}{m} = \frac{v}{rB}$$

$$\Rightarrow evB = eE \Rightarrow \boxed{v = \frac{E}{B}}$$

$$\Rightarrow \frac{e}{m} = \frac{E}{rB^2} = 1.759 \times 10^8 \text{ coulomb/gram}$$

* इले० का आवेश (e) → इले० के आवेश का निर्धारण Millikan ने तेल बूंद के सहयोग से निर्धारित किया।



$v_1 = \frac{4}{3}\pi r^3$

$m_1 = v_1 d$

$$= v_1 d m_1 g$$
$$= v_2 d (m_2 g - eE)$$
$$= \frac{v_2}{v_1} = \frac{m_2 g - eE}{m_1 g} \quad \text{or}$$

$$m_1 g \frac{v_2}{v_1} = m_2 g - eE$$
$$eE = m_2 g - m_1 g \left(\frac{v_2}{v_1}\right) \Rightarrow \left(m_2 - m_1 \frac{v_2}{v_1}\right) g$$

$$e = \left(m_2 - m_1 \frac{v_2}{v_1}\right) g / E \Rightarrow e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ coulomb}$$
$$= 4.8 \times 10^{-10} \text{ esu}$$

इले० का द्रव्यमान (m) : $\frac{e}{e/m} = m \Rightarrow \frac{1.602 \times 10^{-19}}{1.759 \times 10^{8}} = m$

$\Rightarrow m = 9.108 \times 10^{-28} g.$

$m = 9.108 \times 10^{-31} Kg.$

Note : इले० का उपरोक्त द्र० विराम द्र० कहलाता है अर्थात इले० का द्रव्यमान जिस वेग पर निर्धारित किया गया है वह प्रकाश के वेग से बहुत कम है। यदि इले० का वेग बढ़ाया जाये तो उसका सापेक्ष द्रव्यमान बढ़ता जाता है।

इले० का सापेक्ष द्र० $m = \frac{\text{विराम द्र० } (m_0)}{\sqrt{(1 - v^2/c^2)}}$

यदि $v \to c$ तो इले० का सापेक्ष द्र० अनन्त हो जायेगा। अतः इले० का वेग प्रकाश के वेग के बराबर होने के पूर्व ही समस्त द्र० $E = mc^2$ के अनुसार ऊर्जा में परिवर्तित हो जाता है।

इले० का मोलर द्रव्यमान या 1 मोल इले० का द्रव्यमान

1 मोल e^- का द्रव्यमान $= 9.108 \times 10^{-31} Kg. \times 6.022 \times 10^{23}$

$= 5.5 \times 10^{-7} Kg.$

इले० की त्रिज्या :- इले० की ऊर्जा $E = \frac{e^2}{r}$ —— (i)

यदि इले० में द्र० की उत्पत्ति विद्युत चुम्बकीय हो तो -

$E = mc^2$ —— (ii)

समी० (i) व (2) से,

$\frac{e^2}{r} = mc^2 \Rightarrow r = \frac{1}{m}\left(\frac{e}{c}\right)^2$

$= 2.8 \times 10^{-15} m$

परमाणु की त्रिज्या 10^{-10} की कोटि की होती है।

अतः $\frac{\text{परमाणु की त्रिज्या}}{\text{इले० की त्रिज्या}} = \frac{10^{-10}}{10^{-15}} = 10^5$

$\Rightarrow$ अतः परमाणु की त्रिज्या इले० की त्रिज्या से लगभग 1 लाख गुना अधिक होती है।

* द्रव्यमान केन्द्र की स्थिति।
* द्रव्यमान केन्द्र के निकाय का वेग।
* द्रव्यमान केन्द्र का त्वरण, बल तथा संवेग।
* द्रव्यमान केन्द्र की निर्भरता।

---

* <u>Centre of mass :-</u> द्रव्यमान केन्द्र किसी निकाय का काल्पनिक बिन्दु होता है जिस पर निकाय पर उपस्थित समस्त कणों के द्र० को निहित मानकर न्यूटन के गति के द्वितीय नियम (F = ma) का अध्ययन किया जाता है।

OR

किसी निकाय में अथवा निकाय के बाहर उपस्थित वह काल्पनिक बिन्दु जहाँ से निकाय में उपस्थित समस्त कणों पर लगने वाले बल की क्रिया रेखायें उस बिन्दु से होकर जाती है अथवा जाती हुई प्रतीत होती है, द्र० केन्द्र कहलाता है।

द्रव्यमान केन्द्र एक ऐसा बिन्दु होता है जिसके सापेक्ष उस निकाय में उपस्थित अन्य कणों की स्थितियों में परिवर्तन होता है जबकि स्वयं वह बिन्दु अपरिवर्तित रहता है।

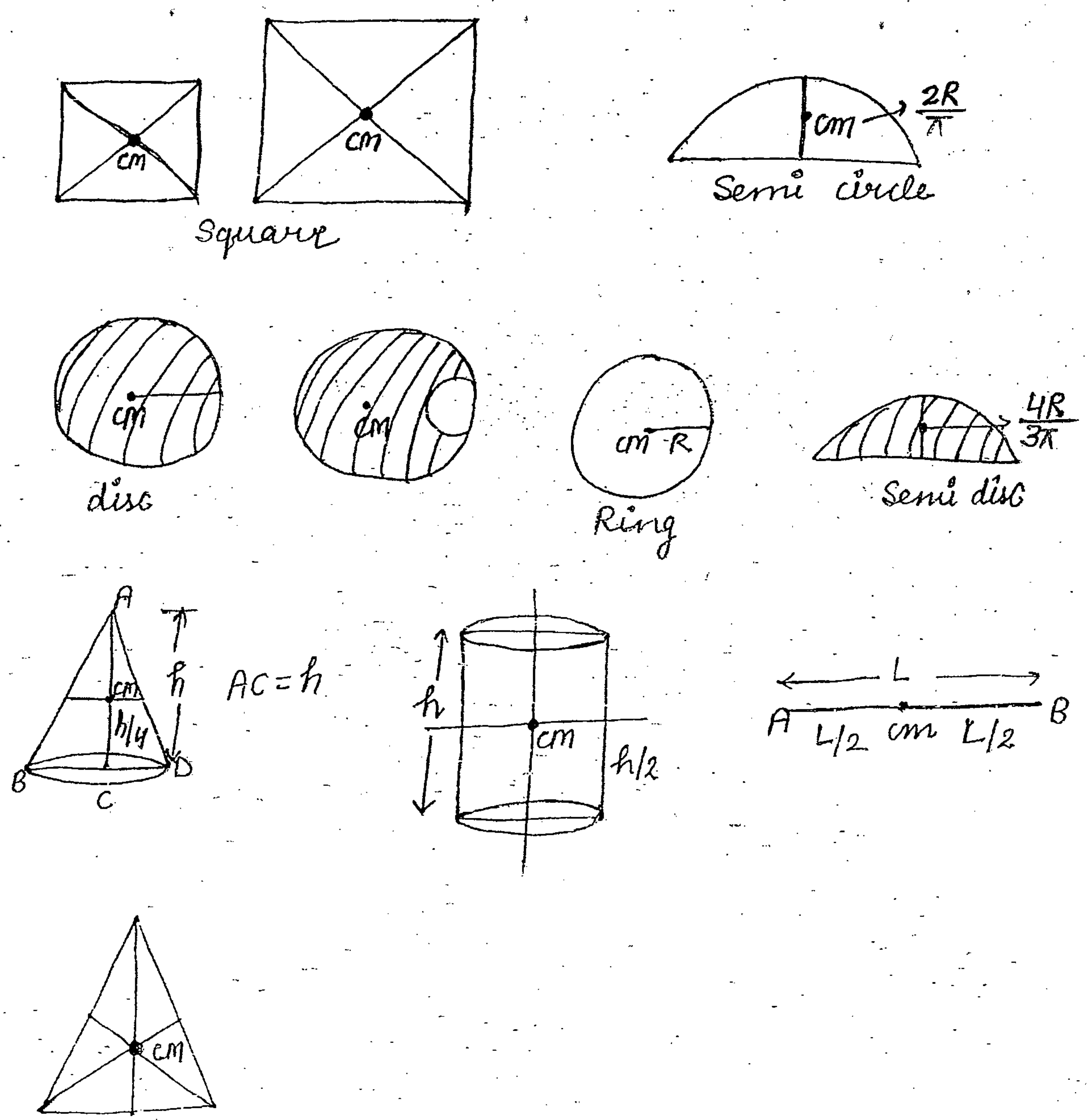
---

* <u>द्रव्यमान केन्द्र की निर्भरता या गुण :-</u>

⇒ किसी निकाय का द्र० केन्द्र निकाय में उपस्थित कणों के द्र० वितरण पर, आकार एवं आकृति पर निर्भर करता है।

⇒ द्र० केन्द्र किसी निकाय में उपस्थित कणों के मध्य लगने वाले आन्तरिक बल पर निर्भर नही करता है।

* विभिन्न आकृति के लिये द्र० केन्द्र की स्थिति :-

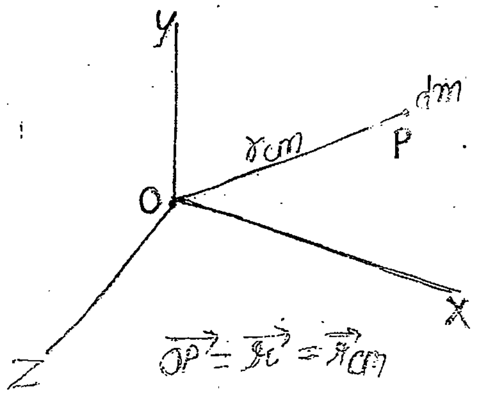


* किसी कण के द्रव्यमान केन्द्र की स्थिति :-

$$\vec{r}_{cm} = \frac{1}{M}\int \vec{r}\,dm$$

or

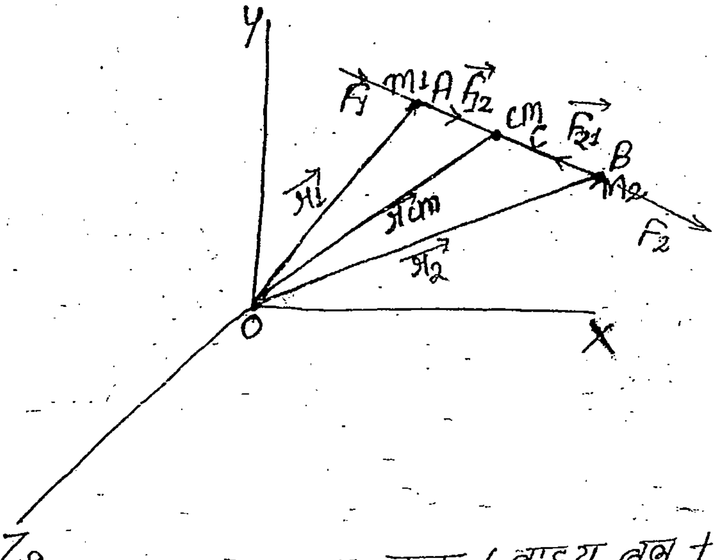
$$|\vec{r}_{cm}| = \frac{1}{m}\int r\,dm$$



* दो कणों के निकाय का द्र० केन्द्र की स्थिति, वेग तथा त्वरण :

माना दो कण जिनके द्र० m_1, m_2 तथा निर्देशांक बिन्दु से इन कणों की स्थितियाँ r_1, r_2 हैं, कणों को मिलाने वाली सरल रेखा के किसी बिन्दु पर, निर्देशांक बिन्दु के सापेक्ष द्र० केन्द्र की स्थिति r_{cm} ज्ञात करनी है।

$$\boxed{\vec{r}_{cm} = \frac{m_1\vec{r_1} + m_2\vec{r_2}}{m_1 + m_2}}$$



दो कणों के निकाय पर लगने वाला समस्त बल (बाह्य बल + आन्तरिक बल)

$$\vec{F}_{Net} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_{12}} + \vec{F_{21}} \Rightarrow \vec{F_1} + \vec{F_2}$$

$\Rightarrow \vec{F_{12}}, \vec{F_{21}}$ = आन्तरिक बल हैं, जिनके परिमाण बराबर व दिशा विपरीत होती है।

$\Rightarrow \vec{F_1}$ तथा $\vec{F_2}$ क्रमश: m_1, m_2 द्र० पर बाह्य बल है।

न्यूटन के गति के द्वितीय नियम से,

$$\frac{d\vec{P}_{cm}}{dt} = \frac{d\vec{P_1}}{dt} + \frac{d\vec{P_2}}{dt}$$

$$M\frac{d\vec{v}_{cm}}{dt} = m_1\frac{d\vec{v_1}}{dt} + m_2\frac{d\vec{v_2}}{dt}$$

$$M\vec{a}_{cm} = m_1\vec{a_1} + m_2\vec{a_2}$$

$$\vec{a}_{cm} = \frac{m_1\vec{a_1} + m_2\vec{a_2}}{m_1 + m_2} \qquad [M = m_1 + m_2]$$

संवेग संरक्षण का नियम :- यदि किसी निकाय पर लगने वाला परिणामी बल शून्य है, तब उस निकाय में उपस्थित समस्त कणों के रेखीय संवेग का योग नियत होगा।
इसे संवेग संरक्षण का नियम कहते हैं।
संवेग संरक्षित रहने पर निकाय के द्र० केन्द्र का वेग नियत रहता है। अर्थात

$$M\frac{d\vec{v}_{cm}}{dt} = m_1\frac{d\vec{v}_1}{dt} + m_2\frac{d\vec{v}_2}{dt}$$

संवेग को नियत रखने के लिये

$$\vec{F}_{Net} = 0$$

$$\vec{P}_{cm} = constant$$

$$\vec{P}_{cm} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$$

$$M(\vec{v}_{cm}) = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = Constant$$

$$\boxed{\vec{v}_{cm} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}}$$

यदि किसी निकाय का संवेग शून्य है तो उस निकाय के द्रव्यमान केन्द्र का वेग शून्य होगा। तथा निकाय के द्रव्यमान केन्द्र की स्थिति नियत होगी।

$$v_{cm} = \frac{dr_{cm}}{dt} = 0$$

$$\vec{r}_{cm} = constant$$

$$M\vec{r}_{cm} = m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 \quad \left[\frac{dr_{cm}}{dt} = \frac{m_1\frac{d}{dt}r_1 + m_2\frac{d}{dt}r_2}{m_1+m_2}\right.$$

$$\boxed{\vec{r}_{cm} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1+m_2} = Constant}$$

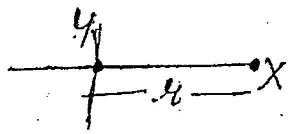
निकाय के द्र० केन्द्र का स्थान का x_{cm}, y_{cm} तथा z_{cm} के पदों में व्यक्त किया जा सकता है।

28 Nov'16

Ex.1:- HCl में hydrogen atom के सापेक्ष द्रव्यमान केन्द्र की स्थि ज्ञात कीजिए। $r = 0.50\,\mathring{A}$

$m_1 H = 1$

$m_{Cl} = 35.5$



$$x_{cm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_H \times (0) + m_{Cl} \times x}{(1+35.5)}$$

$$\Rightarrow \frac{355 \times 0.5}{730}\,\mathring{A} = \frac{355}{730} = 0.486\,\mathring{A}$$

Ex.2:- CO_2 में C के सापेक्ष,

O—C—O

$$x_{cm} = \frac{m_C \times 0 + m_O(r_1) + m_O(-r_1)}{2m_O + m_C}$$

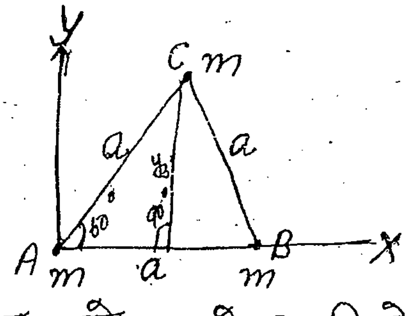
$$\boxed{x_{cm} = 0}$$

$$\boxed{y_{cm} = 0}$$

Ex.3:-

$a = 6m$

$m = 2kg$



तीन विभिन्न एक समान द्र० के पिण्ड समबाहु त्रिभुज के शीर्ष बिन्दु पर रखे गये है। किसी एक शीर्ष बिन्दु के सापेक्ष पिण्डों के निकाय के द्र० केन्द्र की स्थिति ज्ञात कीजिए।

$A = (0,0)$

$B = (6,0)$

$C = \left(\frac{a}{2}, \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)$

$$x_{cm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$= \frac{2\times0 + 2\times6 + 2\times6}{6} = \frac{2\times12}{6} = 2\times2 = 4$$

$$y_{cm} = \frac{2\times0 + 2\times0 + 2\times6}{6} =$$

$\cos 60 = \frac{x_3}{a}$, $\sin 60^\circ = \frac{y_3}{a}$

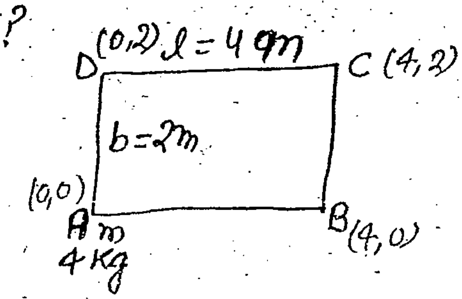
$\frac{1}{2} = \frac{x}{a} \Rightarrow \cancel{x = \frac{a}{2}}\ x = \frac{a}{2}$ $y_3 = a\sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$x_{cm} = \frac{3a/2}{3} = \frac{a}{2} = \frac{6}{2} = 3\,m$

$y_{cm} = \frac{ma\sqrt{3}/2}{3} \Rightarrow \frac{a\sqrt{3}}{6} = \frac{6\sqrt{3}}{6} = \sqrt{3}m$

Ex. 4:- AD के सापेक्ष द्र० केन्द्र की स्थिति = ?

$l = 4m$
$b = 2m$
$m = 4\ kg.$



$x_{cm} = \frac{4 \times 4}{8} = \frac{16}{8} = 2$

$y_{cm} = \frac{2 \times 4}{8} = \frac{8}{8} = 1$

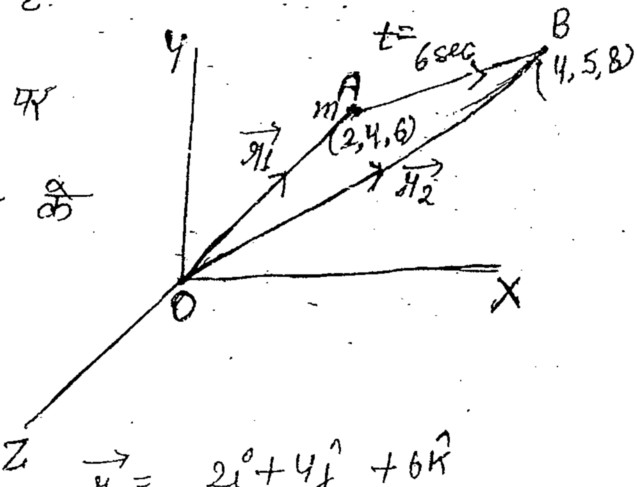
$= (2, 1)$

$x_{cm} = \frac{m \times 0 + mx + mx + 0 \times m}{8}$

$= \frac{4 \times 4 + 4 \times 4}{8}$

$= \cancel{16}$

Ex. 5:- एक पिण्ड जिसका द्र० m है नियत द्र० केन्द्र के वेग से वह 6 sec पश्चात यह बिन्दु B पर आ जाता है। A तथा B के निर्देशांक ज्ञात हैं। गतिमान कण के द्र० केन्द्र का वेग = ?



$r_{cm} = \frac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 + m_2}$

$\frac{d\vec{r}_{cm}}{dt} = \frac{m_1 \frac{dr_1}{dt} + m_2 \frac{dr_2}{dt}}{m_1 + m_2}$

$= \frac{1}{2}\left[\frac{dr_1}{dt} + \frac{dr_2}{dt}\right]$

$\vec{r_1} = 2\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k}$
$\vec{r_2} = 4\hat{i} + 5\hat{j} + 8\hat{k}$

$|\vec{r_1}| = 56$
$|\vec{r_2}| = 105$

$$v_{cm} = \frac{1}{2}\left[\left|\frac{d\vec{r}_1}{dt}\right| + \left|\frac{d\vec{r}_2}{dt}\right|\right]$$

$$d\vec{r} = (4-2)\hat{i} + (5-4)\hat{j} + (8-6)\hat{k}$$

$$|d\vec{r}| = \sqrt{(2)^2 + (1)^2 + (2)^2}$$

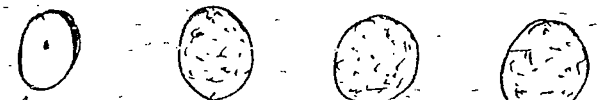
$$= \sqrt{9} = 3$$

$$v_{cm} = \left|\frac{d\vec{r}}{dt}\right| = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0.5\, m/sec$$

स्थानान्तरित गति में, किसी दृढ पिण्ड में उपस्थित सभी कणों के रैखीय वेग एक समान होते हैं तथा यह द्र० केन्द्र के वेग के बराबर होता है।

* किसी निकाय में उपस्थित अलग - 2 कणों के द्रव्यमान 2, 3, 4, 5 gm हैं। तथा इनके वेग क्रमशः 4, 3, 2, 3 m/s ज्ञात हैं। कणों के निकाय के द्र० केन्द्र का वेग ज्ञात कीजि

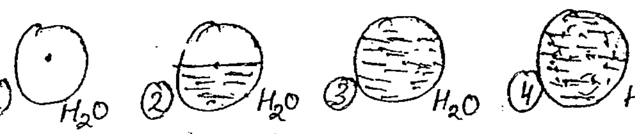
$$v_{cm} = \frac{2\times4 + 3\times3 + 4\times2 + 5\times3}{14} = \frac{40}{14} = \frac{20}{7}$$

* 

① air ② Soil ③ H_2O ④ Inert gas

द्र० केन्द्र की स्थिति यथावत रहेगी (प्रत्येक अवस्था में) क्योंकि द्र० का वितरण समान रूप से हो रहा है।

गोले के भीतर $\quad r_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} m_i r_i}{\sum_{i=1}^{i=n} m_i} = \boxed{\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{i=n} m_i r_i}$

* 

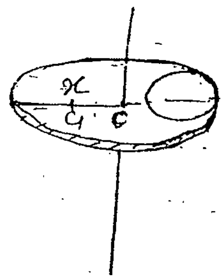
① H_2O ② H_2O ③ H_2O ④ H_2O

चित्र में 1 तथा 4 चित्र के लिये द्र० केन्द्र की स्थिति अपने स्थान पर या गोले के केन्द्र पर होगी जबकि द्वितीय (2) चित्र में तथा 3 में नीचे की तरफ होगी।

* स्थानान्तरित अथवा घूर्णन गति में किसी कण की स्थिति में परिवर्तन, कण के किसी दिये हुये निर्देश बिन्दु के सापेक्ष परिमाण, दिशा के कारण सम्भव होता है। परन्तु किसी दृढ़ पिण्ड के निकाय के घूर्णन बिन्दु के सापेक्ष द्र० केन्द्र की स्थिति तथा वेग नियत रहती है।

* किसी भी दृढ़ पिण्ड के निकाय का एक ऐसा बिन्दु जिसके सापेक्ष अन्य सभी कणों की जो उस निकाय में उपस्थित है घूर्णन के प्रभाव से स्थितियों में परिवर्तन होता है परन्तु स्वयं वह बिन्दु अपरिवर्तित रहता है तो ऐसे बिन्दु को उस निकाय का द्र० केन्द्र मान लिया जाता है।

Que:- एक disc के व्यास के परित:, disc की त्रिज्या के आधी त्रिज्या के बराबर x- अक्ष के किसी बिन्दु को केन्द्र मानकर उतना भाग काटकर पृथक कर दिया जाता है। शेष बचे हुये पिण्ड के द्रव्यमान केन्द्र की स्थिति प्रारम्भिक द्र० केन्द्र के सापेक्ष ज्ञात कीजिए।



$$r_{cm} = \frac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 + m_2} \qquad [m = A \times \sigma]$$

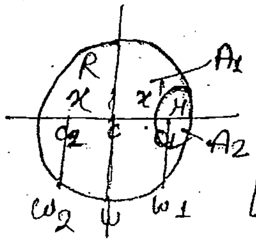
$$= \frac{r_1(\sigma A_1) \pm (\sigma A_2) r_2}{\sigma A_1 + \sigma A_2}$$

$$r_{cm} = \frac{A_1 r_1 - A_2 r_2}{A_1 + A_2}$$

$$[r = R/4]$$

$$\frac{R}{2} + r = \frac{R}{2} + \frac{R}{4}$$

$$= \frac{3R}{4}$$



$$\left[\begin{array}{l} r = \frac{R}{4} \\ x = \frac{3R}{4} \\ r = R/2 \end{array}\right.$$

$$w_2 \times x + w \times 0 + w_1 \times x' = 0$$

$$w_2 x = -w_1 x'$$

$$(w - w_1) x = -w_1 x'$$

$$x = -\left(\frac{w_1 x'}{w - w_1}\right)$$

विवर्तन :- (Diffraction) :-

जब प्रकाश तरंगें (एकवर्णी प्रकाश) किसी माध्यम के सूक्ष्म कणों से (कण का आकार प्रकाश की तरंगदैर्ध्य कोटि का होना चाहिए) टकराकर तीक्ष्ण रूप से मुड़ जाती है तो इस घटना को विवर्तन कहते हैं।

प्रकाश तरंगों का माध्यम के सूक्ष्म कणों अथवा किसी एक स्लिट से होकर गुजरते समय तीक्ष्ण रूप से मुड़ जाने की घटना विवर्तन कहलाती है।

> विवर्तन के लिये आवश्यक शर्तें :

[illegible] के सूक्ष्म [illegible] का आकार अथवा स्लिट की रैखीय चौड़ाई प्रकाश की तरंगदैर्ध्य कोटि का होना चाहिए।

विवर्तन तथा व्यतिकरण दोनों घटनाओं को सामान्य नेत्र द्वारा नहीं देखा जा सकता है।

> विवर्तन तथा व्यतिकरण की घटना श्वेत प्रकाश किरणों में भी सम्भव होती है जो मूलतः एक ही प्रकाश स्रोत से प्राप्त किये गये हो।

> दो विवर्तन की घटना द्वारा व्यतिकरण की घटना प्राप्त की जा सकती है। अर्थात दो विवर्तन प्रतिरूप के अध्यारोपण की घटना व्यतिकरण कहलाती है।

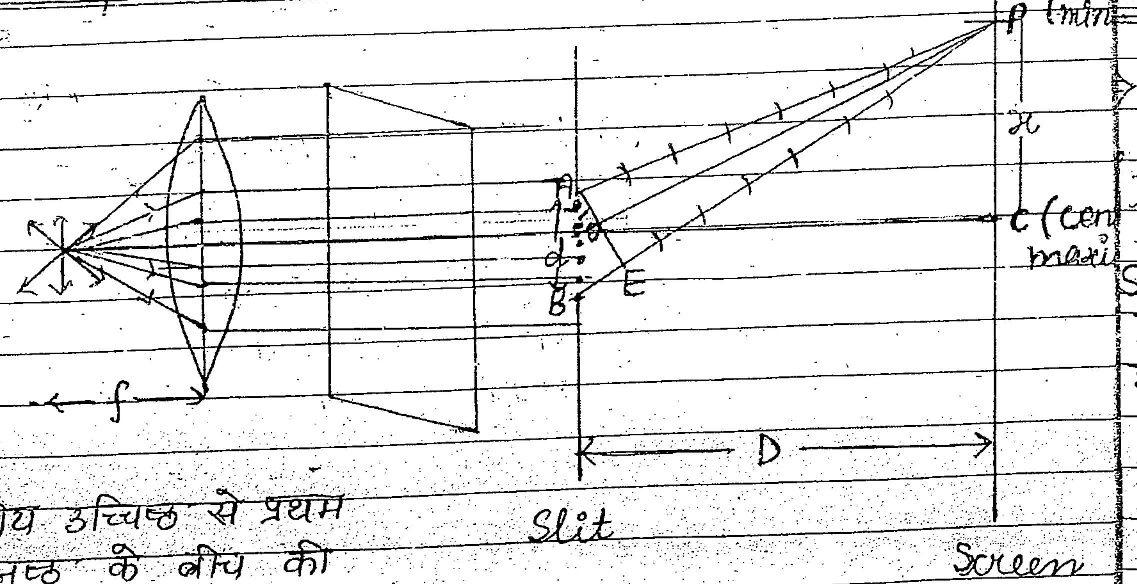
> विवर्तन की घटना का अध्ययन दो प्रकार से किया जाता है।

① Fresnel Diffraction
② Fronhopper Diffraction

(A) <u>Fresnel Diffraction</u>:- किसी एक slit तथा द्वितीयक तरंगिकाओं के अध्यारोपण से उत्पन्न विवर्तन Fresnel विवर्तन कहलाता है। इसके अन्तर्गत अर्द्धजोन प्लेट (+ve & −ve Zones) का अध्ययन किया जाता है।

(B) <u>Fraunhofer Diffraction</u>:- समतल तरग्रांग तथा उत्तल लेंस व एक स्लिट की सहायता से प्राप्त विवर्तन की घटना Fraunhofer Diffraction कहलाती है।
इसमें यह एक slit, दो slit, n slit द्वारा प्राप्त की जा सकती है।
n slit से प्राप्त विवर्तन की घटना grating कहलाती है।

(i) <u>Fraunhofer</u> के single slit द्वारा विवर्तन की घटना:-



x = केन्द्रीय उच्चिष्ठ से प्रथम निम्निष्ठ के बीच की रैखीय दूरी।

Fraunhofer के single slit के प्रयोग में विवर्तन की घटना में किसी पर्दे पर प्रथम दो निम्निष्ठों के मध्य केन्द्रीय उच्चिष्ठ फ्रिन्ज प्राप्त होती है।

तथा ⇒ फ्रिन्जों की स्थितियाँ :-
ों के
कहलाता ⇒ केन्द्रीय फ्रिन्ज के मध्य बिन्दु पर सभी तरंगें एक समान
ones) दूरी तय करती हैं तथा उनके लिये कलान्तर ।
$\Delta\phi = 0$ और पथान्तर $\Delta x = 0$ होता है।
इस बिन्दु पर तरंगों की परिणामी तीव्रता अधिकतम
तथा प्राप्त होती है।
क

raunhofe $$I_R = \frac{Ka^2}{4} = \frac{I_0}{4}$$

की परिणामी आयाम [ ] [Fresnel के प्रयोग में]

कहलाती

अधिकतम तीव्रता $\boxed{I_{max} = \frac{I_0}{4}}$

ना :-

(अ) 10 Jan'17 :-

⇒ Fraunhofer के प्रयोग में दीप्त तथा अदीप्त फ्रिन्जों की स्थितियाँ :-

) प्रथम निम्निष्ठ तथा n निम्निष्ठों की स्थितियाँ :-

C (cen maxi

Slit की रेखीय चौडाई में उपस्थित सभी कणों द्वारा प्रकाश का विवर्तन एक समान कोण के लिये प्राप्त होता है परन्तु पर्दे के किसी बिन्दु पर, (केन्द्रीय बिन्दु को छोडकर) अन्य किसी बिन्दु पर) आने वाली प्रकाश किरणों में पथान्तर होता है।

reen यदि पर्दे पर कोई बिन्दु (P) केन्द्र बिन्दु के पश्चात् प्रथम निम्निष्ठ के लिये मान लिया जाये तथा
की Slit की किसी रेखीय चौडाई को किसी सम संख्या
के द्वारा समान विभाजन किया जाये तो किसी भी

दो क्रमागत विभाजन के लिये उन बिन्दुओं से आनेवाले प्रकाश तरंगों में पथान्तर $\lambda/2$ के बराबर होता है।

(1) $\frac{d}{2} \sin\theta_1 = \frac{\lambda}{2}$

$\frac{d}{2} \sin\theta_1 = \frac{\lambda}{2}$

$$\boxed{d \sin\theta_1 = \lambda}$$

(2) द्वितीय विभाजन के लिये,

$$\boxed{d \sin\theta_2 = 2\lambda}$$

(3) तृतीय विभाजन के लिये,

$$\boxed{d \sin\theta_3 = 3\lambda}$$

(4) n विभाजन के लिये,

$$\boxed{d \sin\theta_n = n\lambda} \quad n = 1, 2, 3 \ldots$$

अर्थात् पर्दे के केन्द्र बिन्दु से दोनों तरफ (ऊपर तथा नीचे) निम्निष्ठों की स्थितियों के लिये पथान्तर,

$$\boxed{d \sin\theta_n = \pm n\lambda}$$

इसी प्रकार केन्द्रीय दिप्त फ्रिन्ज से दोनों तरफ उच्चिष्ठों की स्थितियों के लिये पथान्तर,

$$\boxed{d \sin\theta_n = \pm \frac{(2n+1)\lambda}{2}} \quad n = 0, 1, 2, 3 \ldots$$

ग्रानेवाले ⇒ **कलान्तर की स्थितियाँ :-**

है।

निम्निष्ठों के लिये कलान्तर की स्थितियाँ,

$$\boxed{\delta = \pm 2n\pi}$$

[$n\lambda$ पर यही घटना प्राप्त होती है]

उच्चिष्ठों के लिये कलान्तर की स्थितियाँ,

$$\boxed{\phi = \pm(2n+1)\pi}$$

$n = 0, 1, 2, 3 - - -$

NOTE:- Fraunhofer के Single slit के प्रयोग में विवर्तन की घटना के लिये कलान्तर, पथान्तर तथा फ्रिन्जों की स्थितियाँ व्यतिकरण के लिये यंग के प्रयोग में क्रमशः प्राप्त स्थितियों से व्युत्क्रम प्राप्त होती है। (विपरीत)

⇒ **दीप्त तथा अदीप्त फ्रिन्जों के लिये आयाम तथा तीव्रता:-**

Fraunhofer के प्रयोग में (Single slit) प्राप्त विवर्तित तरंगों के अध्यारोपण में परिणामी आयाम

तथा जबकि प्रत्येक तरंग का आयाम एक समान है तथा

न्तर, किन्हीं दो क्रमागत तरंगों के मध्य कलान्तर 2α है। तो, अतः

परिणामी आयाम,

$$\boxed{\begin{aligned} R &= \frac{A \sin n\alpha}{\alpha} \\ R &= \frac{na \sin n\alpha}{\alpha} \end{aligned}}$$

ष्ठों

,2,3--

परिणामी तीव्रता

$$I \propto R^2$$

$$I = KR^2$$

$$\boxed{I = \frac{KA^2 \sin^2 n\alpha}{\alpha^2}}$$

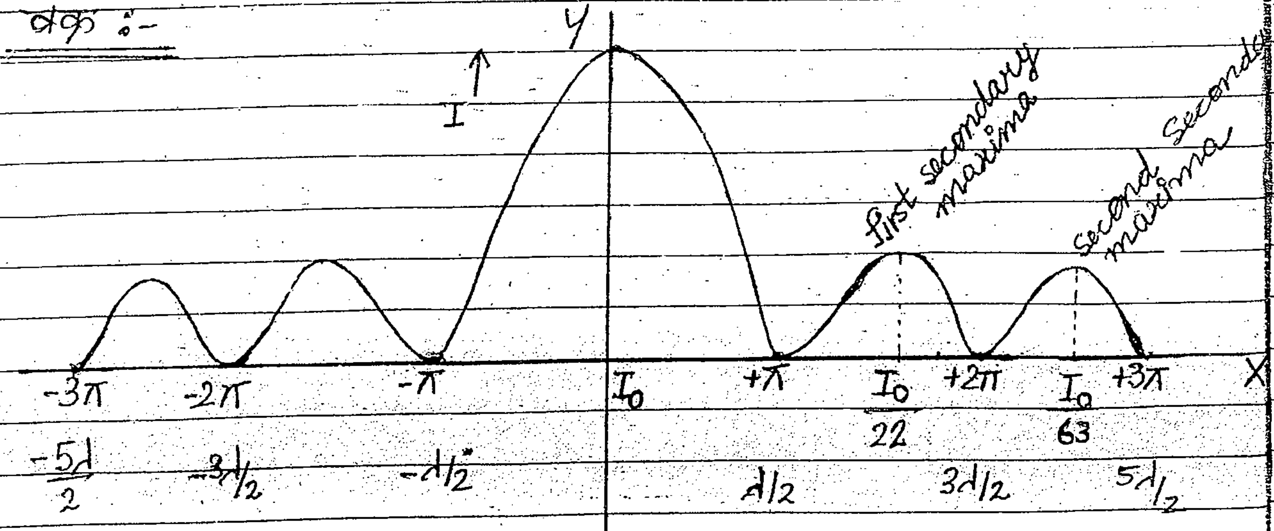
Fraunhofer के प्रयोग में केन्द्रीय दीप्तफ्रिन्ज की अधिकतम तीव्रता I_0 तथा अधिकतम आयाम $A = na$ प्राप्त होती है।

$$\boxed{I = \frac{I_0 \sin^2 n\alpha}{\alpha^2}}$$

$$I = I_0$$

जहाँ a = किसी एक तरंग के लिये आयाम है।

⇒ Fraunhofer के प्रयोग में फ्रिन्जों की तीव्रता का कलान्तर व पथान्तर के सापेक्ष परिवर्तन वक्र :-

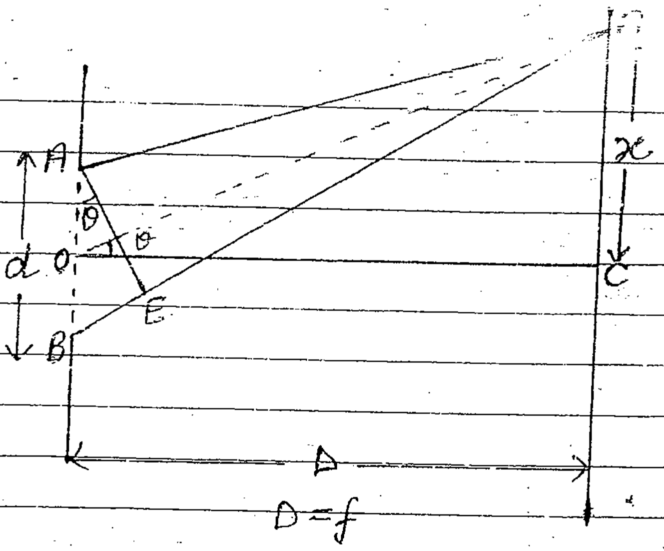


$$I = \frac{I_0 \sin^2 n\alpha}{\alpha^2}$$

विवर्तन की घटना में फ्रिन्जों की तीव्रता न्यूनतम स्थितियों में पूर्णतः शून्य प्राप्त नहीं होती है जबकि व्यतिकरण की घटना में न्यूनतम तीव्रता शून्य प्राप्त होती है।

> व्यतिकरण की घटना में फ्रिन्जों की चौड़ाई नियत रहती है, परन्तु विवर्तन की घटना में दीप्त फ्रिन्ज की चौड़ाई क्रमशः घटती है।

> Fraunhofer के प्रयोग में केन्द्रीय दीप्त फ्रिन्ज की चौड़ाईः



$\sin\theta = \frac{\lambda}{d}$ (P.d)

का परिवर्त

ΔOCP,

$\tan\theta = \frac{x}{D}$

Secondary maxima

$\frac{\lambda}{d} = \frac{x}{D}$

जहाँ f = उत्तल लैंस की फोकस दूरी।

$\pi \quad X$

$x = \frac{\lambda D}{d}$

$\lambda/2$

$$\boxed{x = \frac{\lambda D}{d} = \frac{\lambda f}{d}}$$

$w = 2x$

Linear fringwidth central maxima

$$\boxed{w = \frac{2\lambda f}{d}}$$

d = slit की रेखीय चौड़ाई

λ = प्रकाश की तरंगदैर्ध्य

⇒ कोणीय चौड़ाई :-

$$\beta = 2\theta$$

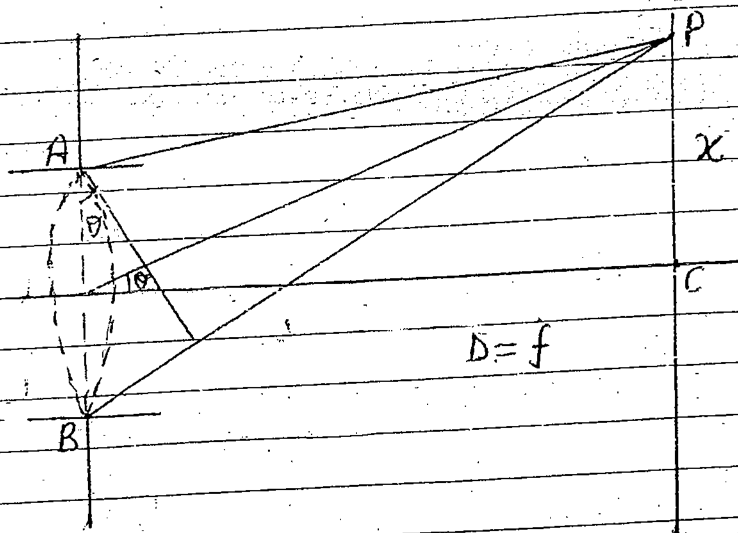
$$\beta = \frac{2\lambda}{d}$$

T.G.T.

$$\boxed{\beta = 2\theta = \frac{2x}{D} = \frac{2x}{f} = \frac{\omega}{f}}$$

21 Jan '17 :-

⇒ Fraunhofer के प्रयोग में circular slit द्वारा विवर्तन की घटना



Fraunhofer के प्रयोग में circular slit के लिये केन्द्रीय दीप्त फ्रिन्ज के केन्द्र बिन्दु से प्रथम निम्निष्ठ के मध्य रैखीय दूरी

$$\boxed{x = \frac{1.22\lambda f}{d}}$$

की घटना

लिये

से

Physics

TGT Syllabus

(1) Mechanics (2) Heat (3) Light (4) Waves
(5) Simple circuit (Voltmeter, Galvanometer) (6) Magnet,
(7) Modern Physics (8) Electronics (9) Nuclear Physics
(10) Electrostatics (11) Current Electricity

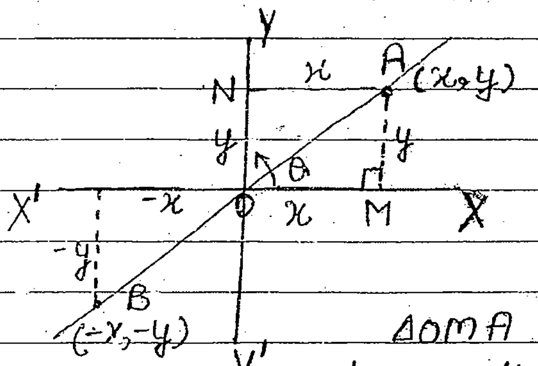
ch1 - ch4 → 70%, ch 5 - ch 6 → 15%, ch 7 → ch 9 → 10%
ch 10 - ch 11 → 5%

(19 July) गणितीय आकलन (Mathematical Tools) :-

(A) Cordinate Geometry (निर्देशांक ज्यामिति) :-

(i) एक सरल रेखा का समीकरण जो मूल बिन्दु से होकर जाता है।

$\tan\theta = \frac{-y}{-x} = \frac{y}{x} = m$



$y = mx$

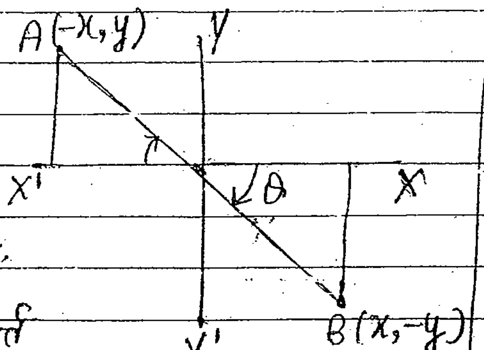
⇒ x- अक्ष से वामावर्त दिशा में कोण का मान धनात्मक लिया जाता है।

ΔOMA
$\tan\theta = \frac{y}{x}$

ढाल या प्रवणता = m
$y = mx$

(ii)

$\tan\theta = \frac{-y}{x} = m$

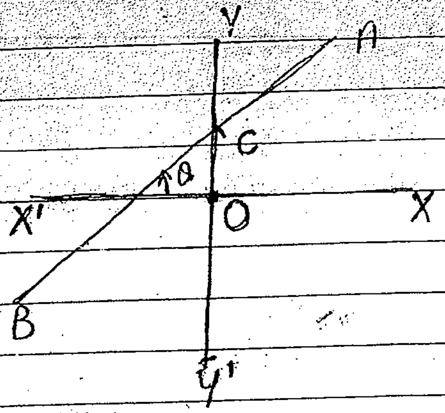


~~m = -~~ $y = -mx$

⇒ x-अक्ष से दक्षिणावर्त (clockwise) दिशा में प्रवणता का मान ऋणात्मक होगा।

↺ Anticlockwise +ve
↻ clockwise -ve

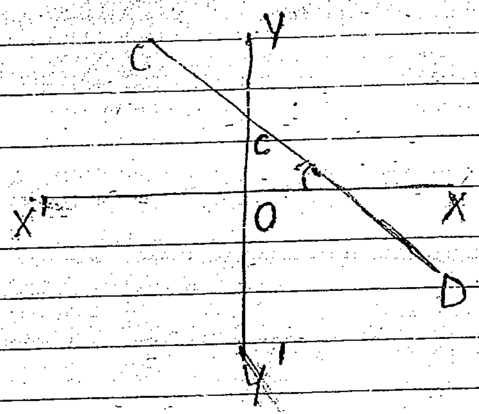
ii) एक सरल रेखा का समीकरण जो y-अक्ष पर अन्तःखण्ड (c) काटता है तथा x-अक्ष के साथ झुकाव कोण (θ) प्राप्त होता है।



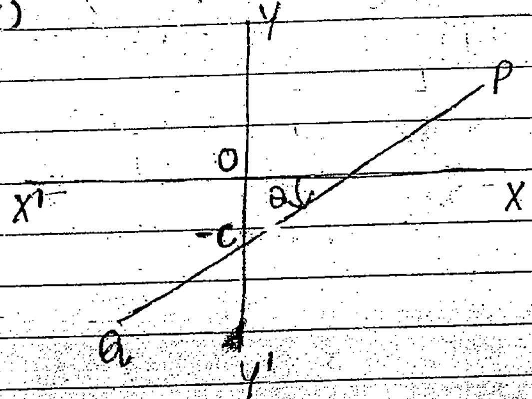
$y = mx + c$

V) एक सरल रेखा का समीकरण जो y-अक्ष पर अन्तःखण्ड (c) काटता है तथा x-अक्ष के साथ ऋणात्मक प्रवणता प्राप्त होती है तब सरल रेखा का समीकरण

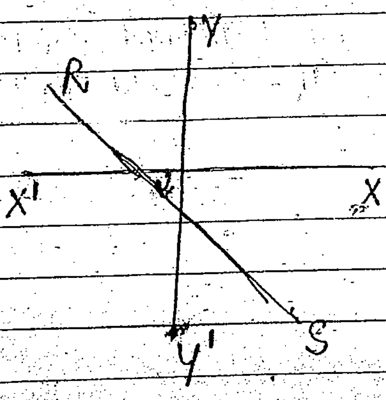
$y = -mx + c$



V)



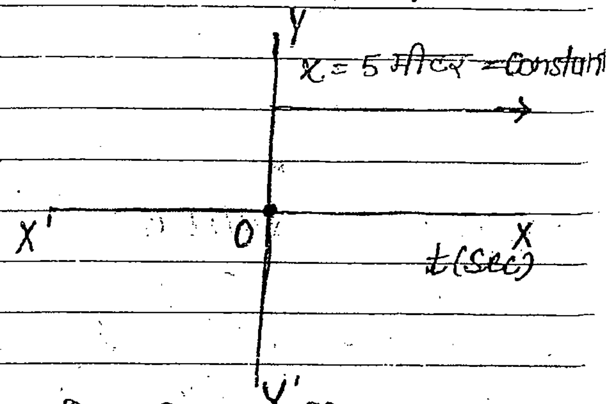
(vi)



$y = mx - c$

$y = -mx - c$

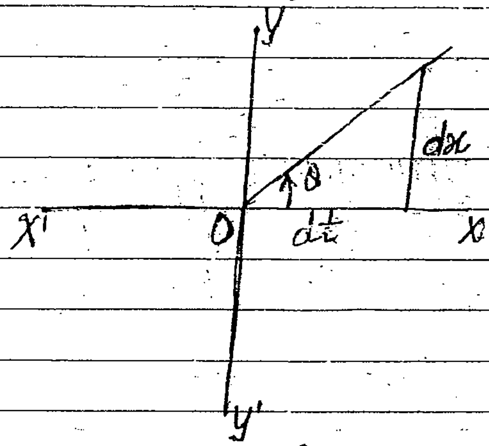
Que1:- कोई कण विराम अवस्था में है तथा यह मूल बिन्दु से 5 मीटर की दूरी पर है कण के लिये दूरी-समय वक्र या विस्थापन-समय वक्र खीचिए।



Que2:- कोई कण ऋजुरेखीय पथ पर नियत चाल से गतिमान है, कण की गति अवस्था के लिये विस्थापन-समय अथवा दूरी समय वक्र खीचिए?

$v = m = \tan\theta$

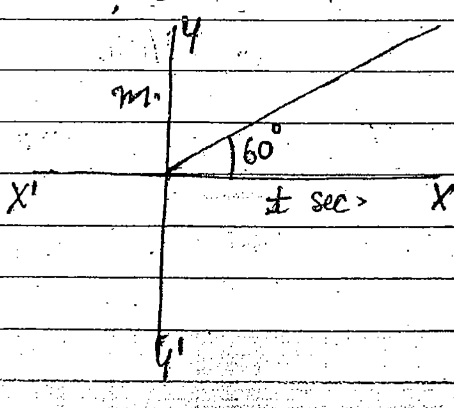
$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = Constant$



Que3:- कोई कण नियत चाल से ऋजुरेखीय पथ पर गतिमान है यदि गति के विस्थापन अथवा दूरी को y-अक्ष पर तथा समय को x-अक्ष पर दिखाया जाये तो एक सरल रेखा प्राप्त होती है जोकि x-अक्ष से 60° कोण पर है तो गतिमान कण की चाल क्या होगी? (वि० m में, समय s. में)

$v = \tan 60^\circ = \frac{dx}{dt}$

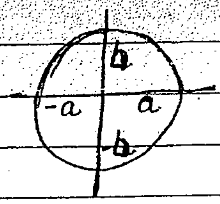
$v = \sqrt{3}\ m/s.$



⇒ वृत्त का समीकरण जिसका केन्द्र मूल बिन्दु पर स्थित है:-

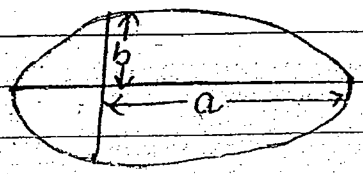
$$x^2+y^2=a^2$$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$



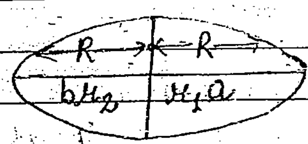
⇒ दीर्घवृत्त का समीकरण:-

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$



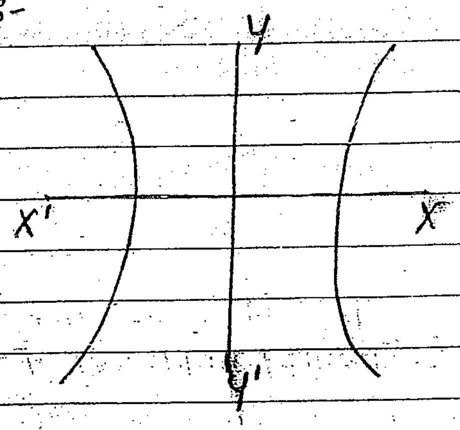
$$a=r_1,\quad b=r_2$$

$$R=\frac{a+b}{2} \Rightarrow \left(\frac{r_1+r_2}{2}\right)$$



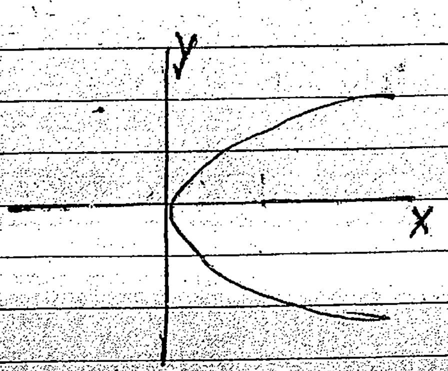
⇒ अतिपरवलय (Hyperbola) का समीकरण:-

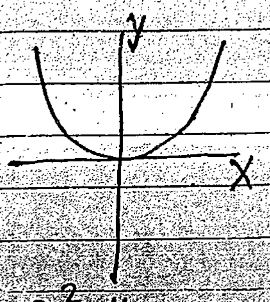
$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

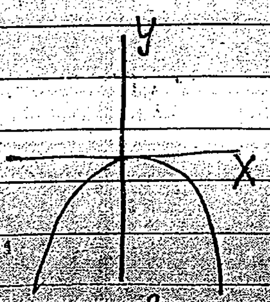


⇒ परवलय का समीकरण:-

$$y^2=4ax$$







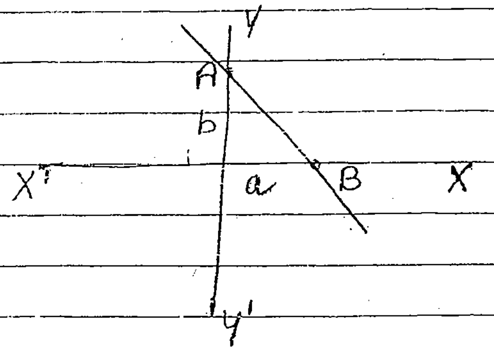
or

$x^2=4ay$ or
$x^2=4by$

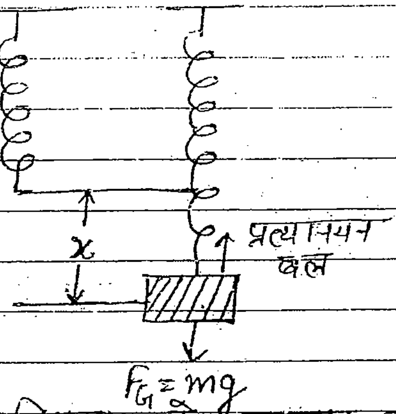
$x^2=-4ay$ or
$x^2=-4by$

(vii) सरल रेखा का समीकरण अन्तःखण्डों के पदों में–

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$



Example :- सरल रेखा के समीकरण का भौतिकी में प्रयोग :-



$F_G \propto x$

$\because F_{Res} \propto -F_G$

$F_{Res} \propto -x$

$F_{Res} = -Kx$

हुक का नियम :- नियम के अनुसार प्रत्यानयन बल स्प्रिंग में उत्पन्न विस्थापन के ऋणात्मक मान के अनुक्रमानुपाती होता है अर्थात्

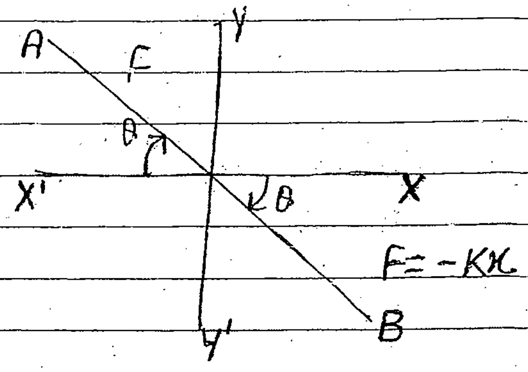
$$F_{Restoring} \propto -x$$

$$F_{Res} = -Kx$$

जहाँ K spring force constant है।

(i) $F = -Kx$

$y = -mx$

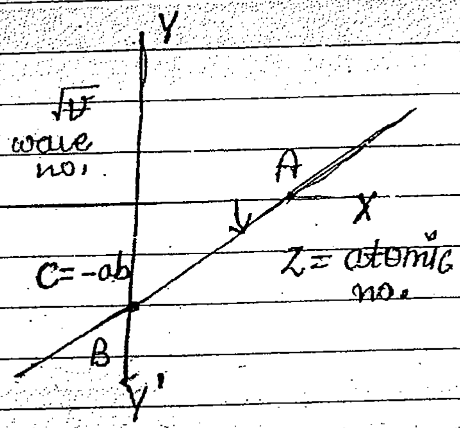


$\bar{\nu}$ तरंग संख्या ν आवृत्ति

i) $\sqrt{\bar{\nu}} = a(z-b)$ या $\sqrt{\nu} = a(z-b)$

$\sqrt{\bar{\nu}} = az - ab$

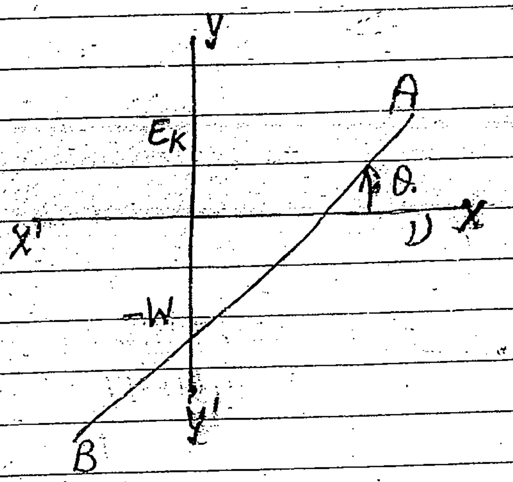
$y = mx - c$



x-किरणों की रेखिल स्पेक्ट्रम (line spectrum) की व्याख्या करने के लिये मौजले ने आवृत्ति (ν) अथवा तरंग संख्या ($\bar{\nu}$) तथा परमाणु क्रमांक (z) के पदों में निम्न सूत्र का निगमन किया जो उपरोक्त है।

ii) आइन्सटीन के प्रकाश वैद्युत सिद्धान्त के अनुसार किसी धातु पृष्ठ पर प्रकाश Photon की Energy ($h\nu$) आपतित करने पर photon की कुछ ऊर्जा धातु सतह द्वारा अवशोषित हो जाती है तथा शेष ऊर्जा electron की Kinetic Energy के रूप में प्राप्त हो जाती है।

अत: Photon की कुल ऊर्जा = गतिज ऊर्जा + कार्य फलन



$E = E_K + W$

$h\nu = E_K + W$

$E_K + W = h\nu$

$E_K = h\nu - W$

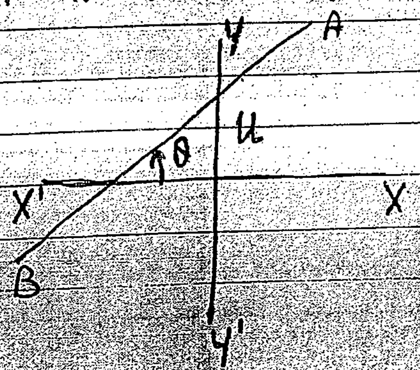
$y = mx - c$

iv) सरल रेखीय गति के प्रथम समीकरण के लिये वेग (v) व समय (t) वक्र खींचिए।

$v = u + at$

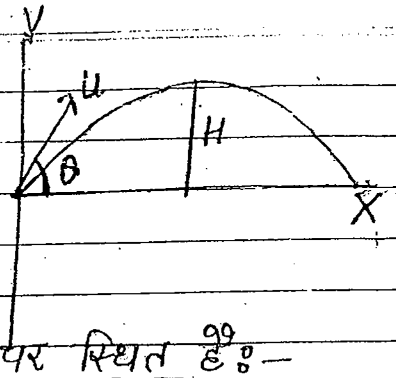
$v = at + u$

$y = mx + c$



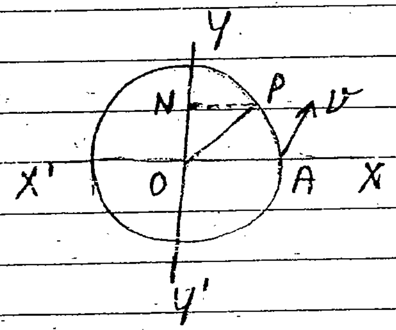
⇒ सममित परवलय का समी०:

$$y = ax - bx^2$$



⇒ वृत्त का समीकरण जिसका केन्द्र मूल बिन्दु पर स्थित है:-

कोई कण एक समान वृत्तीय गति में सरल आवर्त गति कर रहा है।



गतिमान कण का किसी समय वेग

$$u = \omega\sqrt{a^2 - y^2}$$

where a = कम्पन का आयाम

ω = कोणीय वेग, y = विस्थापन

$$(u)^2 = (\omega\sqrt{a^2-y^2})^2$$

$$u^2 = \omega^2(a^2 - y^2)$$

$$u^2 + \omega^2 y^2 = \omega^2 a^2$$

$$\frac{u^2}{\omega^2 a^2} + \frac{\omega^2 y^2}{\omega^2 a^2} = 1$$

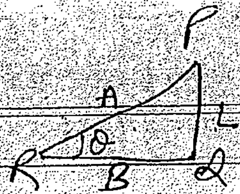
$$\frac{u^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

दीर्घ वृत्तीय पथ होगा।

⇒ सरल आवर्त गति करते समय किसी कण का पथ एक सरल रेखा अथवा दीर्घ-वृत्त अथवा वृत्त हो सकता है।

(Last Page)

23 July)

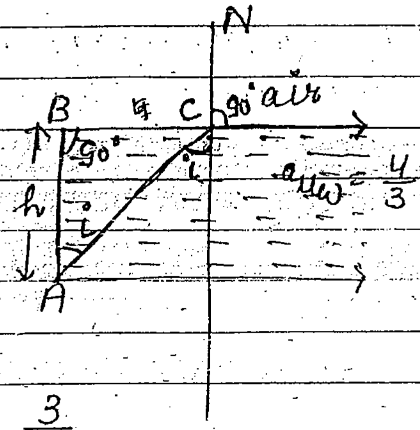


⇒ Trigonometry →

⇒ सम्पूर्ण (समकोण) त्रिभुज में न्यून कोण के सामने की भुजा लम्ब होती है।

⇒ 90° कोण के सामने की भुजा कर्ण व शेष तीसरी भुजा आधार होती है।

Que. Find BC



Δ ABC में

$$\tan i = \frac{BC}{AB} = \frac{BC}{h}$$

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{1}{_a\mu_w} = \frac{1}{4/3} = \frac{3}{4}$$

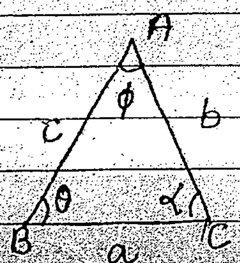
$$\frac{\sin i}{\sin 90^\circ} = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin i = \frac{3}{4}$$

$$\boxed{\tan i = \frac{\mu}{\sqrt{1-\mu^2}}}$$

$$\frac{\mu}{\sqrt{1-\mu^2}} = \frac{BC}{h} \Rightarrow BC = \frac{h \times 3}{\sqrt{7}}$$

⇒ यदि किसी त्रिभुज की 3 भुजायें ज्ञात हैं तो उनके अन्तः कोणों का मान निम्न प्रकार से ज्ञात करते हैं।

$$\cos\theta = \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$$



$$\cos\phi = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$$

$$\cos\alpha = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$